

INDEX DES NOTATIONS

1. NOMBRES

\mathbb{N} : nombres entiers naturels

$a \mid b$ signifie « a divise b »

$a \nmid b$ signifie « a ne divise pas b »

\mathbb{Z} : nombres entiers relatifs

$[[a, b]]$ = ensemble des entiers compris entre a et b (a et b inclus)

\mathbb{Q} : nombres rationnels

\mathbb{R} : nombres réels

$|I|$ = longueur de l'intervalle borné $I \subset \mathbb{R}$

\mathbb{C} : nombres complexes

$z^\#$ = conjugué de z

\mathbb{Z}_p : nombres entiers p -adiques

\mathbb{K}_p : nombres rationnels p -adiques

2. FONCTIONS SUR $[a, b]$

\mathcal{BA} : fonctions de Baire 92

\mathcal{C} : fonctions continues 1

\mathcal{CV} : fonctions continues à variation bornée 95

\mathcal{E} : fonctions étagées 1

\mathcal{EK} : fonctions étagées caractéristiques 72

\mathcal{ES} : fonctions étagées positives semi-continues supérieurement 39

\mathcal{EU} : fonctions étagées f telles que $|f| = 1$ 86

\mathcal{F} : fonctions bornées 1

$\widehat{\mathcal{F}}$: fonctions (générales) 1

\mathcal{H} : fonctions f telles que $\sum_{a \leq x \leq b} |f(x)| < +\infty$ 89

\mathcal{PR} : fonctions pseudo-réglées 45

\mathcal{R} : fonctions réglées 1

\mathcal{RS} : fonctions réglées positives semi-continues supérieurement 39

\mathcal{S} : fonctions positives semi-continues supérieurement 39

\mathcal{W} : fonctions universelles 50

$\widehat{\mathcal{W}}$: fonctions universellement mesurables 50

\mathcal{Z} : fonctions universelles nulles presque partout 70

3. FONCTIONNELLES, MESURES ET PSEUDO-MESURES SUR $[a, b]$

- \mathcal{A} : mesures atomiques 89
 \mathcal{A}_ϕ : combinaisons linéaires finies des mesures de Dirac 90
 \mathcal{A}_+ : pseudo-mesures atomiques droites 91
 \mathcal{A}_- : pseudo-mesures atomiques gauches 91
 \mathcal{B} : fonctionnelles bornées 66
 \mathcal{FO} : fonctionnelles 128
 \mathcal{K} : fonctionnelles caractéristiques 71
 \mathcal{L}^1 : fonctionnelles sommables 8
 \mathcal{L}^2 : fonctionnelles hilbertiennes 61
 \mathcal{M} : mesures 19
 \mathcal{M}_D : mesures diffuses 19
 \mathcal{M}_\odot : mesures de Radon 92
 \mathcal{N} : mesures totalement singulières 85
 \mathcal{N}_D : mesures diffuses totalement singulières 85
 \mathcal{PA} : pseudo-mesures atomiques 91
 \mathcal{PM} : pseudo-mesures 5
 \mathcal{PM}_B : pseudo-mesures booléennes 75
 \mathcal{PM}_S : pseudo-mesures spéciales 13
 \mathcal{PN} : pseudo-mesures totalement singulières 84
 $\underline{\mathcal{R}}$: fonctionnelles associées aux fonctions réglées 7
 $\underline{\mathcal{W}}$: fonctionnelles associées aux fonctions universelles 69

4. FONCTIONS SUR \mathbb{R}

- $\mathcal{C}_B^U(\mathbb{R})$: fonctions bornées uniformément continues 182
 $\mathcal{E}(\mathbb{R})$: fonctions étagées 143 (**idem** pour $\mathcal{C}, \mathcal{R}, \mathcal{PR}, \mathcal{W}, \mathcal{F}$)
 $\mathcal{E}_B(\mathbb{R})$: fonctions étagées bornées 143 (**idem** pour $\mathcal{C}, \mathcal{R}, \mathcal{PR}, \mathcal{W}, \mathcal{F}$)
 $\mathcal{E}_O(\mathbb{R})$: fonctions étagées à support borné 143 (**idem** pour $\mathcal{C}, \mathcal{R}, \mathcal{PR}, \mathcal{W}, \mathcal{F}$)
 $\mathcal{EK}(\mathbb{R})$: fonctions étagées caractéristiques 152
 $\mathcal{R}_O^{(2)}(\mathbb{R})$: fonctions à support borné et à dérivée seconde réglée 183
 $\mathcal{Z}(\mathbb{R})$: fonctions universelles nulles presque partout 151
 $\mathcal{Z}_B(\mathbb{R})$: fonctions universelles bornées nulles presque partout 151

5. FONCTIONNELLES, MESURES ET PSEUDO-MESURES SUR \mathbb{R}

- $\mathcal{B}(\mathbb{R})$: fonctionnelles bornées 150
 $\mathcal{B}_{\text{Loc}}(\mathbb{R})$: fonctionnelles localement bornées 150
 $\mathcal{K}(\mathbb{R})$: fonctionnelles caractéristiques 152
 $\mathcal{L}^1(\mathbb{R})$: fonctionnelles sommables 148
 $\mathcal{L}^2(\mathbb{R})$: fonctionnelles hilbertiennes 149
 $\mathcal{L}_{\text{Loc}}^1(\mathbb{R})$: fonctionnelles localement sommables 148
 $\mathcal{L}_{\text{Loc}}^2(\mathbb{R})$: fonctionnelles localement hilbertiennes 149
 $\mathcal{M}(\mathbb{R})$: mesures 145
 $\mathcal{M}^\bullet(\mathbb{R})$: mesures normées 146
 $\mathcal{M}_D(\mathbb{R})$: mesures diffuses 145
 $\mathcal{M}_D^\bullet(\mathbb{R})$: mesures normées diffuses 146
 $\mathcal{N}(\mathbb{R})$: mesures totalement singulières 152
 $\mathcal{N}^\bullet(\mathbb{R})$: mesures normées totalement singulières 152
 $\mathcal{P}(\mathbb{R})$: mesures de probabilité 146
 $\mathcal{P}_D(\mathbb{R})$: mesures de probabilité diffuses 146
 $\mathcal{PM}(\mathbb{R})$: pseudo-mesures 144
 $\mathcal{PM}^\bullet(\mathbb{R})$: pseudo-mesures normées 146
 $\mathcal{W}(\mathbb{R})$: fonctionnelles associées aux fonctions universelles 146

6. ESPACES ASSOCIÉES À UNE MESURE NORMÉE POSITIVE $\tilde{\mu}$ SUR \mathbb{R}^n

- $[\tilde{\mu}]$: mesures normées de base $\tilde{\mu}$ 191
 $[\tilde{\mu}]^\perp$: mesures normées étrangères à $\tilde{\mu}$ 199
 $\mathcal{B}(\tilde{\mu})$: $\tilde{\mu}$ -fonctionnelles bornées 196
 $\mathcal{FO}(\tilde{\mu})$: $\tilde{\mu}$ -fonctionnelles 201
 $\mathcal{K}(\tilde{\mu})$: $\tilde{\mu}$ -fonctionnelles caractéristiques 198
 $\mathcal{L}^1(\tilde{\mu})$: $\tilde{\mu}$ -fonctionnelles sommables 192
 $\mathcal{L}^2(\tilde{\mu})$: $\tilde{\mu}$ -fonctionnelles hilbertiennes 195
 $\mathcal{W}_B(\mathbb{R}^n)_{\tilde{\mu}}$: $\tilde{\mu}$ -fonctionnelles associées aux fonctions universelles bornées 194
 $\mathcal{Z}_{B, \tilde{\mu}}(\mathbb{R}^n)$: fonctions universelles bornées nulles $\tilde{\mu}$ -presque partout 198

7. ESPACES SUR \mathbb{Z}_p

$\mathcal{BA}_p, \mathcal{C}_p, \mathcal{E}_p, \mathcal{F}_p, \mathcal{W}_p$: fonctions sur \mathbb{Z}_p 217, 218, 222

$\mathcal{B}_p, \mathcal{K}_p, \mathcal{L}_p^1, \mathcal{L}_p^2, \mathcal{FO}_p$: fonctionnelles sur \mathbb{Z}_p 221, 222

\mathcal{M}_p : mesures sur \mathbb{Z}_p 221

$\widehat{\mathcal{C}}_p, \widehat{\mathcal{B}}_p, \text{etc...}$: fonctions, fonctionnelles et mesures complexes sur \mathbb{Z}_p 223

8. CONVERGENCES

$\overset{\circ}{\rightarrow}$: convergence simple 2, 144

$\overset{\text{b}}{\rightarrow}$: convergence bornée 2, 144

$\overset{\text{u}}{\rightarrow}$: convergence uniforme 2, 144

$\overset{\text{w}}{\rightarrow}$: convergence faible 157, 224

$\overset{\phi}{\rightarrow}$: convergence fidèle 157

$\overset{\text{ms}}{\rightarrow}$: convergence en mesure 110, 130

$\overset{\text{pp}}{\rightarrow}$: convergence presque partout 114, 134

$\overset{\text{loi}}{\rightarrow}$: convergence en loi faible 208

$\overset{\text{Loi}}{\rightarrow}$: convergence en loi forte 208

$\overset{\text{A}}{\rightarrow}$: convergence plate 119, 138

$\overset{\text{E}}{\rightarrow}$: convergence exacte 119, 139

$\overset{\text{S}}{\rightarrow}$: convergence dans un espace de suites 243, 246

$\overset{*}{\rightarrow}$: convergence en norme $\| \cdot \|_*$ 6, 146

$\overset{1}{\rightarrow}$: convergence en norme $\| \cdot \|_1$ 9, 148

$\overset{2}{\rightarrow}$: convergence en norme $\| \cdot \|_2$ 61, 149

$\overset{1,2}{\rightarrow}$: convergence en norme $\| \cdot \|_{1,2}$ 150

$\overset{u,2}{\rightarrow}$: convergence en norme $\| \cdot \|_{u,2}$ 185

$\overset{\times}{\rightarrow}$: convergence fine 22

$\overset{\tilde{\mu},1}{\rightarrow}$: convergence en norme $\| \cdot \|_{\tilde{\mu},1}$ 193

$\overset{\tilde{\mu},2}{\rightarrow}$: convergence en norme $\| \cdot \|_{\tilde{\mu},2}$ 195

$\overset{\tilde{\mu},\times}{\rightarrow}$: convergence $\tilde{\mu}$ -fine 194

9. NORMES ET PSEUDO-NORMES

- $\| \cdot \|$: norme uniforme 2, 143
- $\| \cdot \|_*$: norme des pseudo-mesures normées 6, 146
- $\| \cdot \|_1$: norme des fonctionnelles sommables 9, 148
- $\| \cdot \|_2$: norme des fonctionnelles hilbertiennes 61, 149
- $\| \cdot \|_{1,2}$: 150
- $\| \cdot \|_{u,2}$: 185
- $\| \cdot \|_B$: norme des fonctionnelles bornées 66, 150
- $\| \cdot \|_{\tilde{\mu},1}$: norme des $\tilde{\mu}$ -fonctionnelles sommables 193
- $\| \cdot \|_{\tilde{\mu},2}$: norme des $\tilde{\mu}$ -fonctionnelles hilbertiennes 195
- $\| \cdot \|_{\tilde{\mu},B}$: norme des $\tilde{\mu}$ -fonctionnelles bornées 196
- $\| \cdot \|_{\bullet}$: norme quotient 35
- $\| \cdot \|_{\mathcal{H}}$: 89
- $\| \cdot \|_A$: pseudo-norme de la convergence plate 119, 138
- $\| \cdot \|_{ms}$: pseudo-norme de la convergence en mesure 112, 133
- $\| \cdot \|_S$: pseudo-norme de la convergence dans $\tilde{\mathbb{R}}^{\infty}$ 246

10. OPERATEURS

- A : transformée cosinusoidale 182
- B : transformée sinusoidale 182
- L : transformée de Laplace 179
- S : support 77
- $S_{\tilde{\mu}}$: $\tilde{\mu}$ -support 198, 199
- T : transformée réelle de Fourier 186
- Z : transformée complexe directe de Fourier 187
- $Z^{\#}$: transformée complexe réciproque de Fourier 187
- Inf : Infimum 14, 18, 21, 136
- Sup : Suprémum 14, 18, 21, 136
- Lim : limite fine 22 limite presque partout 114, 138
- $\overline{\text{Lim}}$: Limite Supérieure 21, 137
- $\underline{\text{Lim}}$: Limite Inférieure 21, 137
- Lim** : limite inductive 145
- *lim : limite en norme $\| \cdot \|_*$ 6, 146
- ^1lim : limite en norme $\| \cdot \|_1$ ou $\| \cdot \|_{\tilde{\mu},1}$ 9, 148, 193
- ^2lim : limite en norme $\| \cdot \|_2$ ou $\| \cdot \|_{\tilde{\mu},2}$ 61, 149, 195

A_{lim} : limite plate 138
 E_{lim} : limite exacte 139
 $\{f\}$: fonctionnelle associée à la fonction f 7, 69, 145, 221
 $\{f\}_{\tilde{\mu}}$: $\tilde{\mu}$ -fonctionnelle associée à la fonction f 194
 $\tilde{\mu}_F$: image de $\tilde{\mu}$ par F 205
 $E(g|\sigma)$: espérance conditionnelle de g sachant σ 213
 $E(g|F)$: espérance conditionnelle de g sachant F 214
 $\hat{E}(g|F)$: conditionnée de g par rapport à F 214

11. DIVERS

a) Algèbres de suites

$\tilde{\mathbb{R}}$: algèbre des suites réelles 246
 $\mathcal{S}\mathcal{X}$: algèbre des suites Cauchy-exactes de fonctionnelles bornées 123

b) Fonctions, mesures, pseudo-mesures particulières

δ_c : mesure de Dirac 89
 $\delta_{c^+}, \delta_{c^-}$: pseudo-mesures droite et gauche de Dirac 91
 H_n : $n^{\text{ème}}$ fonction de Hermite 188
 X_k : fonction caractéristique de $[-k, k]$ 144
 Y_a : fonction caractéristique de $[0, a]$ 180

c) Abréviations

coel : compact élémentaire 251
 Cms : de Cauchy en mesure 113, 130
 Cpp : de Cauchy presque partout 115, 134
 C-exacte : Cauchy-exacte 119, 139
 C-fine : Cauchy-fine 23
 C-plate : Cauchy-plate 119, 138
 Dms : dominée en mesure 113, 130
 Dpp : dominée presque partout 115, 135
 scs : semi-continue supérieurement 39